

### Признаки параллелограмма

**Параллелограммом** называется четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.

На рисунке изображён параллелограмм  $ABCD$ :  $AB \parallel CD$ ,  $AD \parallel BC$ .

#### Признаки параллелограмма

[Признак параллелограмма – «примета», условие, по которому можно узнать параллелограмм].

**I.** Если в четырёхугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырёхугольник – параллелограмм.

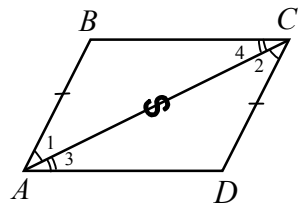
**II.** Если в четырёхугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырёхугольник – параллелограмм.

**III.** Если диагонали четырёхугольника пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырёхугольник – параллелограмм.

**IV.** Если в четырёхугольнике противоположные углы попарно равны, то этот четырёхугольник – параллелограмм.

Докажем один из них.

**Теорема.** Если в четырёхугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырёхугольник – параллелограмм.



**Дано:**  $ABCD$  – четырёхугольник,

$AB \parallel CD$ ,  $AB = CD$ .

**Доказать:**  $ACBD$  – параллелограмм.

#### Доказательство

Проведём диагональ  $AC$ . Рассмотрим получившиеся  $\triangle ABC$  и  $\triangle CDA$ :  $AC$  – общая сторона;  $AB = CD$  по условию теоремы;  $\angle 1 = \angle 2$  как накрест лежащие углы, образованные при пересечении параллельных прямых  $AB$  и  $CD$  секущей  $AC$ . Следовательно,  $\triangle ABC = \triangle CDA$  по I признаку равенства треугольников (по двум сторонам и углу между ними).

В равных треугольниках соответствующие элементы равны, поэтому  $\angle 3 = \angle 4$ . Но  $\angle 3$  и  $\angle 4$  – накрест лежащие углы,

образованные при пересечении прямых  $AD$  и  $BC$  секущей  $AC$ , поэтому по признаку параллельности прямых  $AD \parallel BC$ .

Получили, что в четырёхугольнике  $ABCD$  противоположные стороны параллельны:  $AB \parallel CD$  по условию,  $AD \parallel BC$  по доказанному, значит четырёхугольник  $ABCD$  – параллелограмм по определению.

**Итак,** если в четырёхугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырёхугольник – параллелограмм.

**Ч.т.д.**